渗透数学思想方法，提升物理思维水平

潘岳松

(江苏省海门中学，江苏 海门 226100)

摘　要：物理可以通过数学的抽象而受益，在课堂教学中，通过典型物理事例，引导学生了解数学对于物理的价值，经历数学建模的过程，掌握数学思想方法，有助于促进他们物理学科的学习，提升物理思维的水平。

关键词：数学；物理；思想；方法；思维

数学和物理是自然学科中关系最为紧密的两门学科，二者在表征形式、思维方法、历史演变、现实应用等方面既存在相通之处，又有相互补充的地方。数学家莫尔斯说过："物理可以通过数学的抽象而受益，而数学则可通过物理的见识而受益。"然而，在物理学习中，一部分学生没有意识到数学对于物理的重要性，对物理学科中涉及到的数学语言、数学模型、数学思想方法等有畏难心理，他们愿意定性、整体分析物理过程，不愿意定量、深入理解物理本质，这势必影响他们物理思维能力的提升。对此，在课堂教学中，如果能够选择典型的物理事例，渗透数学思想方法，增强学生的数学感悟、理解与欣赏水平，扩大学生的视野，激发学生的学习动力，往往可以达到事半功倍的教学效果。

一、欣赏数学语言，体会物理结构之美

数学语言简洁、精确、细致，内涵丰富，它是自然学科的通用语言，其中，物理学中的各类原理、规律最终也都以数学语言来呈现。比如，物理学中的$\rho=\frac{m}{V}$、$C=\frac{Q}{U}$、$B=\frac{\Phi}{S}$等公式简洁、整齐，显现出精巧的结构美；公式$a=\frac{F}{m}$以极度浓缩的语言阐明了经典力学所遵循的根本法则，而海森伯方程$pq-qp=-i\hbar$更以其无与伦比的对称、和谐的形式美揭示了微观世界的规律；爱因斯坦质能方程$E=mc^2$则被誉为"改变的世界的方程"，其结构的精致不由让我们惊叹数学语言的神奇。

在物理教学中，教师可以通过物理公式、方程的得出与推导，引导学生体会数学语言在揭示五彩缤纷物理现象的本质特征中，既焕发出数学语言的优雅气质，又彰显出其严谨的逻辑力量，"在冰冷的符号后面是科学家们火热的思考"，进而对物理公式、方程的结构产生美好的学科情感。

二、运用数学思想，理解物理概念原理

物理概念、原理的学习过程，也一直贯穿着基本的数学思想和方法，如化归转化思想、方程函数思想、分类讨论思想、数形结合思想、微元思想、近似思想等，教师在课堂教学中有意识地让学生用数学的思想方法来定量理解物理概念、原理，不仅会让学生感到耳目一新，还会促使他们加深对物理

概念规律的本质理解。

比如，学生学习速度（位置对时间的变化率）、加速度（速度对于时间的变化率）、力（动量对于时间的变化率）、功率（功对于时间的变化率）、电动势（磁通量对于时间的变化率）等概念时，将变化率概念与数学极限思想联系起来，结合图像就可以形象直观地理解速度、加速度、功率、电动势等概念的物理含义。

再比如，学生解决变速直线运动的位移（$v-t$图像）、变力功与弹性势能公式推导（$F-x$图像）、带电电容器能量推导（$U-Q$图像）、气体膨胀做功（$p-V$）等问题时，可以将数学中微元积分思想与数形结合思想结合起来，通过图像面积来理解所对应的物理量。

例 1：已知家用交流电电流按正弦规律变化，即$i=I_m\sin\omega t$，求该电流的有效值。

解析：设家用交流电电流通过一阻值为R的定值电阻，则电阻发热的瞬时功率为$p=i^2R=I_m^2R\sin^2\omega t$，一个周期内电阻产生的热量为$Q_1$，

$Q_1=\int_0^T pdt=\int_0^T I_m^2R\sin^2\omega tdt$，又$\sin^2\omega t=\dfrac{1-\cos 2\omega t}{2}$，

解得$Q_1=\int_0^T \dfrac{1}{2}I_m^2Rdt-\int_0^T\dfrac{1}{2}\cos 2\omega tdt=\dfrac{1}{2}I_m^2RT$。

设一恒定电流I也通过该定值电阻，在一个周期内产生的热量Q_2，和家用交流电一个周期内产生的热量相等，则恒定电流I即为交流电i的有效值。$Q_1=Q_2$，$Q_2=I^2RT$，解得$I=\dfrac{\sqrt{2}}{2}I_m$。

点评：针对交流电电流大小在时刻改变这一情况，采用等效思想和数学中的积分思想，可以定量求解其有效值，在求解的同时也加深了对电流瞬时值、峰值、有效值等概念的理解。

三、构建数学模型，解决物理实际问题

如图 1 所示，要解决复杂的实际物理问题，往往是先抓住研究对象的主要因素，忽略其次要因素，建立物理模型，再根据物理模型的特点，需要定性分析的，依据物理定理、定律得出物理结果；需要定量分析的，要找出研究对象的各个物理量间的数理定量关系，再概括出数学模型，如函数模型、数列模型、向量模型、方程模型、不等式模型、概率模型等，进而用数学方法来分析数学模型，得出结果后还要原到实际物理情境中，并讨论数学运算结果在实际物理问题中的意义。[1]这个解决物理实际问题的过程，不仅能锤炼学生透过现象把握本质的概括抽象能力，还能提高学生数学运算能力，增强他们学好物理的信心。

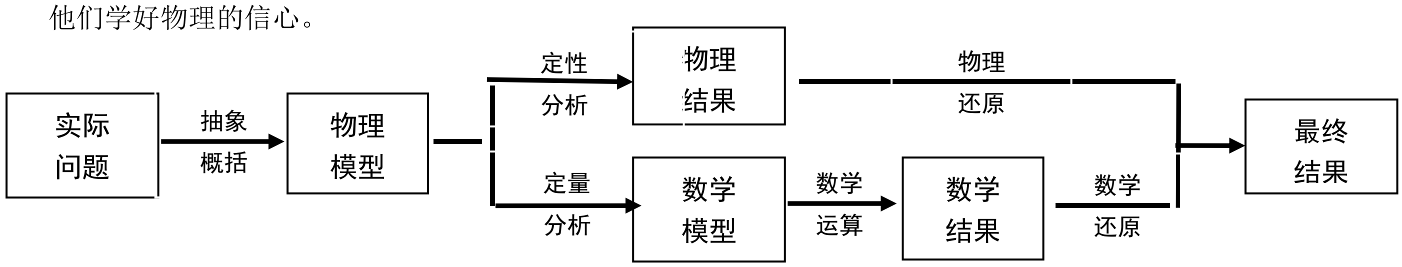

图 1

例 2：已知太阳光射到地球需时，$t=500\ s$，地球同步卫星的高度 $h=3.6\times10^4\ km$，试估算太阳和地球的质量。

解析：（1）建立物理模型：将太阳、地球、地球同步卫星均抽象为质点，将地球绕太阳运动、卫星绕地球运动均视为匀速圆周运动。在这两个环绕模型中，星球间均为万有引力提供向心力。（2）构建数学模型：用数学语言描述物理模型，设太阳质量为 M，地球质量为 m，地球同步卫星质量为 m'，T 为地球公转周期，T' 为地球同步卫星公转周期。

对地球，有 $\frac{GMm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，解得 $M=\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$；

对地球同步卫星，有 $\frac{Gmm'}{(R+h)^2}=m'\frac{4\pi^2}{T'^2}(R+h)$，解得 $m=\frac{4\pi^2(R+h)^3}{GT'^2}$；

（3）进行数学运算：$r=ct$（c 为光速，$c\approx3\times10^8 m/s$），$R\approx6.4\times10^6 m$，$T\approx365d\approx3.2\times10^7 s$，$T'\approx24h=8.6\times10^4 s$，$\pi\approx3.14$，$G\approx6.7\times10^{-11}N{\cdot}m^2/kg^2$，将这些数据代入前面含 M、m 的表达式，解得 $M\approx2\times10^{30}kg$，$m\approx6\times10^{24}kg$。

（4）数学结果还原：由于本题只要求估算，代值时可以取近似值，所得结果在数量级上不受影响，因此考虑实际意义，本题估算出的结论具有可信性。

点评：本题将地球、太阳均抽象为质点，地球绕太阳的轨道近似视为圆轨道，在计算时将地球半径、一年时间、万有引力常量等均取近似值，学生解决物理问题过程经历了物理建模、数学建模、近似取值、数学运算等过程，可以有效提升解决物理问题的实际能力。

四、巧用数学知识，突破物理思维瓶颈

一些物理问题，表征复杂，涉及多个变量，若纯粹用物理分析方法，很难得出最后结果，而如果能找到物理量间关系中隐含的数学关系，利用数学知识来解决物理问题，往往能化腐朽为神奇，起到意想不到的效果。

比如，对大量处于激发态的氢原子，用数列知识可以快速、准确求出其可能发射出多少种频率的光线；对做平抛运动，并最终落到一坡面上的小球，若知道坡面的抛物线方程，则很容易求出小球落点位置横坐标、纵坐标满足的函数关系；对一些涉及求极值的物理问题，往往需要构造辅助函数来方便求解，等等。

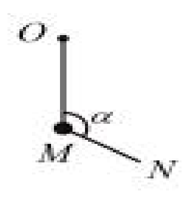

图 2

例 3：（2017 全国物理 I 卷第 21 题）如图 2 所示，柔软轻绳ON的一端O固定，其中间某点M拴一重物，用手拉住绳的另一端N. 初始时，OM 竖直且MN被拉直，OM 与MN之间的夹角为α（$\alpha > \frac{\pi}{2}$）。现将重物向右上方缓慢拉起，并保持夹角不α变. 在OM 由竖直被拉到水平的过程中（　）

A. MN上的张力先增大后减小　B. MN上的张力逐渐增大

C. OM 上的张力逐渐增大　　D. OM 上的张力先增大后减小

解析：对重物进行受力分析，画出其受三个力的矢量三角形图，如图 3 所示，由重力大小、方向不变，另两个力T_{MN}、T_{OM}间夹角也不变，可以将矢量三角形平移入圆中，重力所对应的边为圆中一条固定的弦，让T_{MN}、T_{OM}夹角的补角所对的边始终为重力所对应的弦，弦长不变，则其所对的圆周角大小不变，因此T_{MN}、T_{OM}的夹角也保持不变，如图 4 所示，可以直观看出，T_{OM}所对应的弦先逐渐增长为直径，再逐渐缩短；T_{MN}所对应的弦逐渐变长为直径，因此答案为B、D选项。

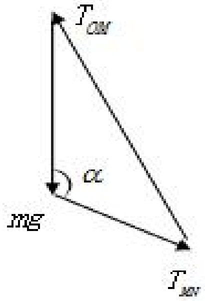

图 3

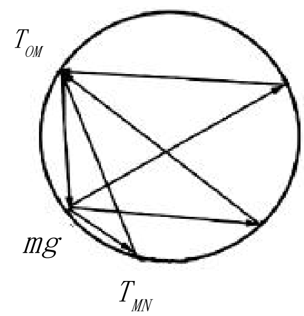

图 4

点评：本题学生一般都能画出三个力的矢量三角形图，并能抓住重力不变这个特点，但是面对另两个力大小、方向均变化，且还要时刻保持另两个力间的夹角不变的情况，学生就很难找出另两个力的变化关系。而如果能根据另两个力间的夹角始终不变，将“圆中相同圆周角所对的弦长（弧长）相等”这一数学知识联系起来，就会大大降低习题难度，学生的思维瓶颈自然迎刃而解。

五、强调数学作用，了解物理学史发展

物理学的研究一刻也离不开数学的支撑，在物理学家捉襟见肘时，往往还需数学家给他传经送宝。一方面，物理学的研究、表达离不开数学工具。比如，在力学史上，牛顿在研究运动与力问题时，不得不亲自来定义、创造“微积分”这门数学工具来辅助研究；再比如，在电学史上，尽管法拉第凭借其深刻的直观洞察力，创造出力线（即磁感线和电场线）的概念，可是由于数学知识的匮乏，他迟迟未能清晰明确地表述其思想，直到 1861 年，比他小 40 岁的麦克斯韦以一组精确细致的方程才最终构建了电磁学理论的宏伟大厦。

另一方面，数学理论对物理理论研究具有启发性。[2]许多数学理论和物理理论在结构上有相似性，比如，数学家陈省身提出的“纤维丛理论”与杨振宁的“规范场理论”、数学中对称的结构与狭义相

对论体现的物理观念均有相似性。再比如，爱因斯坦在研究由于引力作用而扭曲的空间时，发现欧几里得几何学几乎无能为力，他一时陷入研究的窘境，他的好友格罗斯曼告诉他，黎曼几何可以用来进行广义相对论的研究，此后，有了黎曼几何的支撑，广义相对论方程很快得以建立。广义相对论后续的研究，也是通过数学思想的不断启迪才不断深入进行下去，如物理学家罗赫提出广义相对论中的“正质量猜想”问题（在任何孤立的引力系，总质量或能量必定是正的），该问题在华人数学家丘成桐等“物理几何化”科学思想的指引下，被转化为几何问题，并最终获得解决。[3]

即便当今物理前沿的研究，如量子通信、暴涨宇宙学、受控核聚变、自由电子激光、碳纳米管、人工智能等领域，也都需要通过前沿数学思想的启迪和数学运算的推演，才能继续深入下去。[4]

实际上，物理学史上说明数学是物理学研究有力武器的事例俯拾皆是，在物理课堂上，我们可以借用这些鲜活生动的事例，让学生了解数学思想方法在物理学习中的重要性，激发他们运用数学思想方法的自觉性，进而让数学知识、数学思想方法成为学生学好物理的有力武器。

参考文献

[1] 郑青岳.数学模型方法在物理解题中的运用[J].物理通报，1997（3）：11—12.

[2] 程瑞.数学—物理学关系的哲学——当代物理学哲学研究的新趋势[J].自然辩证法通讯，2017，39（3）:46-52.

[3] 李艳平，申先甲.物理学史教程[J].北京：科学出版社，2003：274-276.

[4] 张礼.近代物理学进展（第2版）[M].北京:清华大学出版社，2009：448—450.